





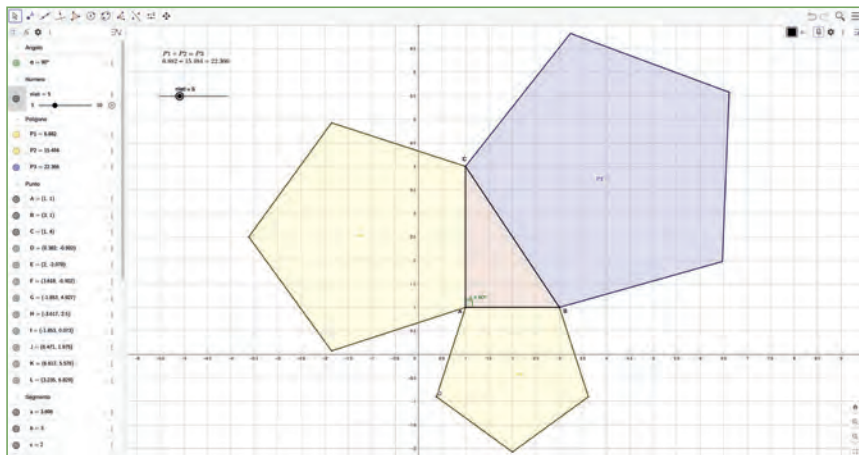
Verifica del teorema di Pitagora generalizzato


Con GeoGebra possiamo fare una verifica empirica di una generalizzazione del teorema di Pitagora.


Individuiamo nel piano cartesiano una **retta** () definita dai punti A e B.



Disegniamo la **retta perpendicolare** () alla precedente e passante per A.

Creiamo il **triangolo** () ABC prendendo un punto appartenente alla seconda retta. Indichiamo l'angolo retto usando lo strumento **angolo** (). Il triangolo ottenuto è rettangolo in A.



Inseriamo uno **slider** () riferito a un numero compreso tra 3 e 20 unità, con incremento 1, e chiamiamolo *nlati*: spostando il cursore cambia il valore associato alla variabile che porta il nome dello slider.

Costruiamo su tutti e tre i lati del triangolo, usando lo strumento **poligono regolare** (), un poligono regolare che ha tanti lati quanti indicati dallo slider *nlati*: nominiamo P1 e P2 i poligoni costruiti sui cateti e P3 quello costruito sull'ipotenusa.



Apriamo lo strumento **testo** () e scriviamo $P1 + P2 = P3$. Quindi, apriamo le impostazioni **Avanzate** e nella **scheda** (), usando le variabili P1, P2 e P3, inseriamo il **testo dinamico** $P1 + P2 = P3$.



PROVA TU

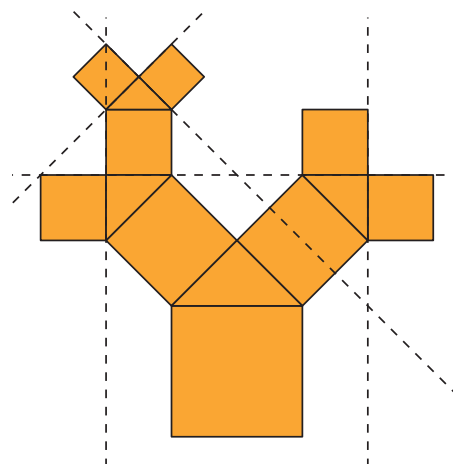
- Muovi i vertici A, B e C e verifica l'enunciato di Pitagora. Porta il triangolo alla terna 3, 4 e 5 e completa la tabella a fianco agendo sullo slider (considera che i valori sono opportunamente arrotondati). Verifica che le aree siano nella seguente relazione: $P1 + P2 = P3$.

Numero di lati	P1	P2	P3
3	3,9	6,93	10,83
4	9	16	25
5	15,48	27,53	43,01
6	23,38	41,57	64,95

- Individua nel piano cartesiano, fissata come unità di misura *u*, un **segmento** () di estremi A(1; 1) e B(4; 1). Traccia la **retta r perpendicolare** () al segmento AB passante per A. Disegna un triangolo di vertici A e B, prendendo il punto C su *r*. Trova la misura dell'ipotenusa e l'area nel caso in cui il punto scelto sia C(1; 5) o C(1; 9). Come variano la misura dell'ipotenusa e l'area del triangolo muovendo il punto C, vincolato alla retta?

$5u$ e $6u^2$; $8,54u$ e $12u^2$; ...

- Costruisci usando GeoGebra un triangolo rettangolo isoscele e i quadrati costruiti sui suoi lati. Procedi ora come in figura, costruendo altri triangoli rettangoli usando rette parallele, e i quadrati sui loro cateti. Procedendo si ottiene una figura nota come **albero pitagorico**. Spiega perché è così denominata.



L'ipotenusa aumenta e l'area raddoppia al raddoppiare del cateto AC, triplica al triplicare del cateto AC, e così via.

PROVA TU

- 4** Individua nel piano cartesiano, fissata come unità di misura u , un segmento di estremi $A(1; 1)$ e $B(4; 1)$. Traccia la retta r perpendicolare al segmento AB passante per A . Disegna un triangolo di vertici A e B , prendendo il punto C su r .

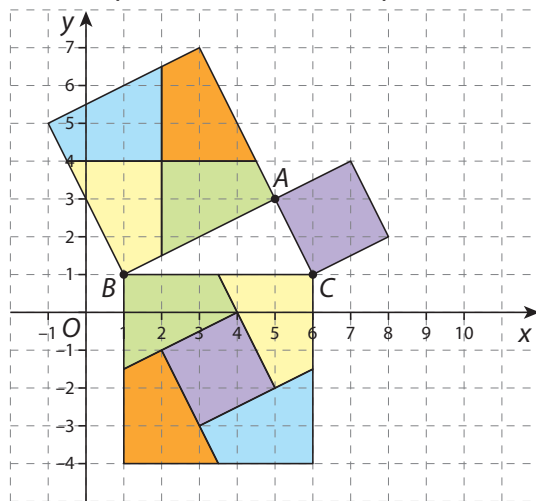
a. Trova la misura dell'ipotenusa e l'area del triangolo nel caso in cui il punto scelto sia $C(1; 3)$, $C(1; 5)$ e $C(1; 6)$.









$C(1; 3)$	$BC = 3,61 u$	$A = 3 u$
$C(1; 5)$	$BC = 5 u$	$A = 6 u$
$C(1; 6)$	$BC = 5,83 u$	$A = 7,5 u$

b. Come variano la misura dell'ipotenusa e l'area del triangolo muovendo il punto C , vincolato alla retta?


- 5** Disegna nel piano cartesiano il quadrilatero di vertici $A(-2; 2)$, $B(7; 2)$, $C(4; 6)$ e $D(1; 6)$ mettendone in evidenza le proprietà. Scrivi le coordinate del punto H , piede dell'altezza DH relativa al lato AB . Quale relazione puoi stabilire tra gli angoli \widehat{DCB} e \widehat{ABC} ? Calcola l'area e il perimetro del poligono $ABCD$ usando l'unità di misura u . Traccia la diagonale BD e trova la sua misura, approssimandola a due decimali.
 $H(1; 2)$; ...; $22 u$; $24 u^2$; $7,21 u$

- 6** Una dimostrazione del teorema di Pitagora, attribuita al matematico e astronomo Abu I-Wafā (940-998), è stata riscoperta da Henry Perigal (1801-1898) con il cui nome è spesso ricordata. Si basa sulla scomposizione ed equivalenza di quadrilateri. Possiamo procedere nel modo seguente.



- Creiamo un **triangolo rettangolo** () ABC e indichiamo l'**angolo** () retto.
- Costruiamo un quadrato su ciascuno dei tre lati del triangolo, usando lo strumento **poligono regolare** ()
- Troviamo l'**intersezione** () delle diagonali del quadrato costruito sul cateto maggiore e nascondiamo le diagonali utilizzate.
- Tracciamo la **retta parallela** () e la **retta perpendicolare** () all'ipotenusa passanti per l'intersezione delle diagonali.
- Individuiamo le **intersezioni** () di queste rette con il quadrato, che viene così diviso in quattro parti. Creiamo un **poligono** () per ognuna di queste parti e coloriamolo diversamente.

Usando questa costruzione possiamo verificare il teorema di Pitagora nel modo seguente.

Trasliamo ( in Strumenti trasformazioni) e ruotiamo i quattro quadrilateri e il quadrato costruito sul cateto minore in modo da ricoprire il quadrato costruito sull'ipotenusa. Visto che ciò è possibile, quest'ultimo è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sull'ipotenusa.